آشوب*

مترجم: احمد توحیدی

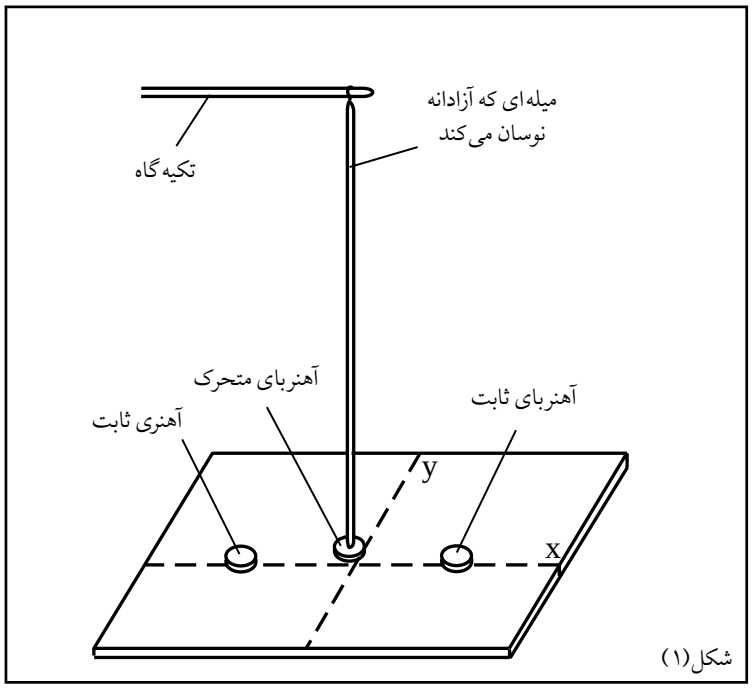
بَرخی آشوب را پس از نسبیت و فیزیک کوانتومی سومین انقلاب فیزیک در سده‌ی بیستم نامیده‌اند. نمونه‌هایی از پدیده‌ی آشوب، در سیستم‌ها و موقعیت‌های بی شماری مشاهده شده است.

آشوب چیست و چه پیامدهایی دارد؟

مثالی از آشوب

شکل (۱) سیستم ساده‌ای را نشان می‌دهد که می‌تواند آشوب را به‌نمایش بگذارد. در انتهای میله‌ی باریکی یک آهنربا به‌شکل واشر نصب شده است. این مجموعه می‌تواند مانند یک آونگ نوسان کند. دو آهنربای دیگر به‌طور ثابت در یک صفحه‌ی افقی زیر آونگ نوسان‌کننده قرار گرفته‌اند. آهنرباها طوری قرار گرفته‌اند که هرکدام می‌توانند آهنربای انتهای میله را جذب کنند و تنها دو حالت تعادلِ پایدار برای این سیستم وجود دارد. آهنربای انتهای میله می‌تواند فقط در مکانی بالای یکی از آهنرباها به‌حالت تعادل درآیند.

فرض کنید آونگ را به‌یک طرف کشیده‌ایم و با رها کردن، آن را به‌حرکت درآورده‌ایم. حرکت آونگ بسیار پیچیده است زیرا نیروی مغناطیسی شدیداً به‌مکان‌های نسبی هریک از آهنرباها بستگی دارد. به‌علت میرایی، سیستم انرژیِ مکانیکی خود را از دست می‌دهد، در نتیجه در یکی از وضعیت‌های تعادلی خود متوقف می‌شود. یک طرح ممکن برای مسیر حرکتِ نوکِ آونگ در شکل (۲ـ الف) رسم شده است. در این مورد آونگ نزدیکِ آهنربای M_1 متوقف می‌شود. اگر آونگ از نقطه‌ی دیگری شروع به‌حرکت



شکل (۱)

کند، ممکن است در نزدیک آهنربای M_2 متوقف شود که طرح واره‌ی آن در شکل (۲ـ ب) نشان داده شده است.

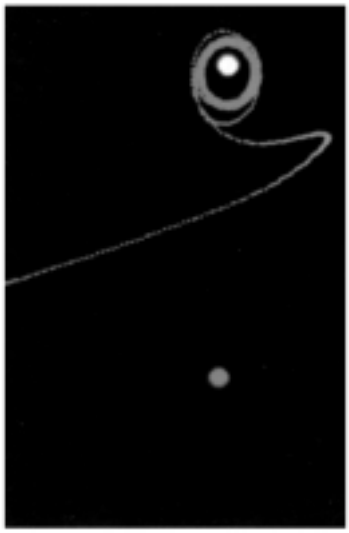
تا اینجا، هیچ چیز تعجب‌آوری در مورد این سیستم وجود ندارد. پس آشوب از کجاست؟

به طور کلی همیشه سیستم در یکی از دو وضعیتِ تعادل متوقف می شود. امّا کدامیک؟ واضح است که این موضوع به چگونگی آغاز حرکت آونگ بستگی دارد. یعنی تابع شرایط اولیه است. فرض کنید که آونگ همیشه از حالتِ سکون رها شود. بنابراین شرایط اولیه‌ی دیگر با توجه به مکان‌های اولیه آونگ تعیین می شوند. آنها می توانند با مختصات x و y تصویرِ نوکِ آونگ روی صفحه‌ای که شاملِ آهنرباها است مشخص شوند.

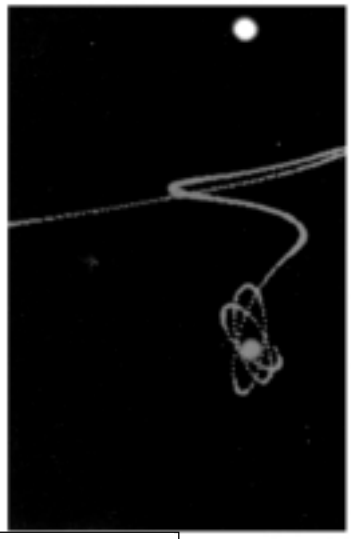
شکل (۳) چگونگی تقسیم قسمتی از صفحه به دو بخش مشخص را نشان می‌دهد. بخش‌های تیره نقاط اولیه رهایی آونگ را که نقطه توقف آن‌ها بالای آهنربای M_2 است، نشان می‌دهند. یعنی هر رنگ نماینده‌ی «حوضه‌ی ـ ربایش» برای هر آهنرباست. اگرچه حدود میانِ نواحی تیره و روشن کاملاً صاف و مشخص به نظر می‌رسد امّا منظره‌ی بزرگ شده‌ی حدود، نشان‌دهنده‌ی ساختاری است که آن را «فراکتال ـ بَرخال» می‌نامند. هر فراکتال ساختار فوق‌العاده پیچیده‌ای دارد. شکل (۴) نمونه‌ای از ساختار فراکتالی برای سیستم نوسانی دیگری است که برای تشخیص سه‌حوضه‌ی ـ ربایش آن از سه‌رنگ استفاده شده است.

ساختار فراکتالی به‌وضوح نشان می‌دهد آن نواحی که به طور عمده سفیدرنگ به نظر می‌رسند، شامل نقاطی با رنگ‌های دیگر نیز هستند. بزرگنمایی این ناحیه نشان می‌دهد که ساختارِ همانندِ ساختارِ اولیه با دیگر رنگ‌ها مخلوط و پیچ‌وتاب خورده است. این «خودهمانندی» ویژه‌ی یک ساختار فراکتالی است. این پیچیدگی در همه‌ی ترازهای بزرگ‌نمایی ادامه دارد.

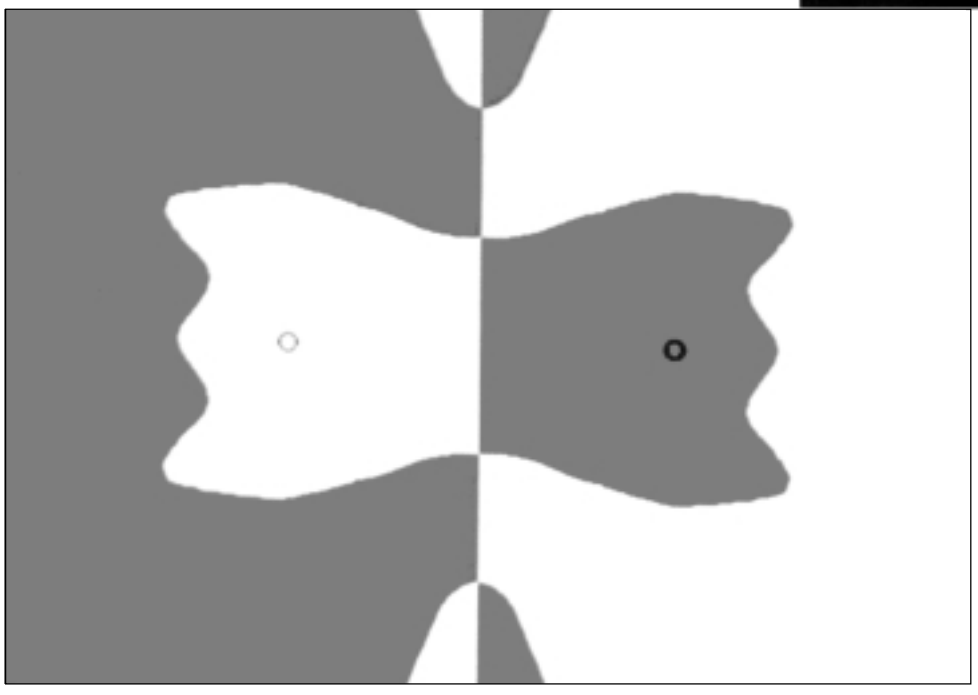
اکنون می توانیم سرشت آشوب را برای سیستم آهنربای مغناطیسی درک کنیم. جزیی‌ترین تغییر در نقطه اولیه‌ی رهاسازی می‌تواند به‌حالت پایانی بسیار متفاوتی بینجامد و نوک آونگ به‌جای توقف در بالای M_1 در بالای M_2 قرار گیرد. یک



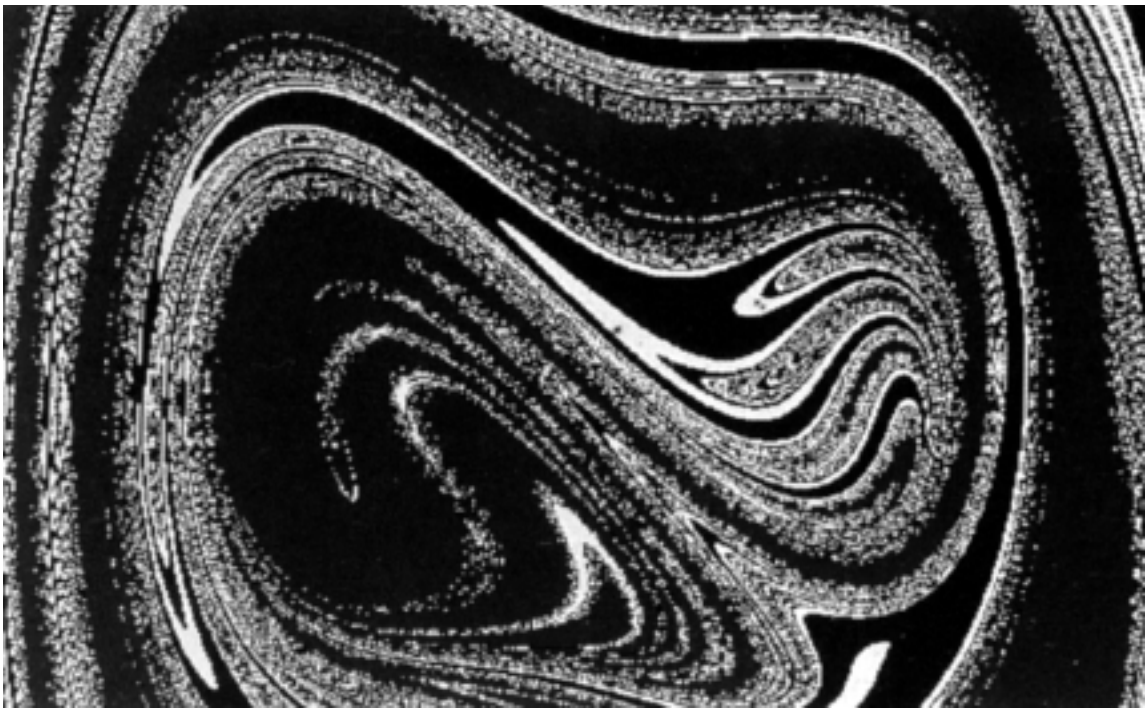
▲ شکل ۲ـ(الف)



▲ شکل ۲ـ(ب)



شکل ۳ ◀



شکل ۴

سیستم مکانیکی که هنوز حرکتش قطعیت دارد زیرا اصولاً می‌توان با شناخت مکان اولیه‌ی آن، حرکت را تعیین کرد. اگرچه، درعمل تعیین مکان اولیه‌ی رهاسازی آونگ با دقت کامل و یا پیش‌بینی اینکه کدامیک از آهنرباها سرانجام، نوک آونگ را می‌ربایند امکان ندارد.

آشوب و غیرخطی بودن

نوسانگرهایی که معمولاً با آن سروکار داریم نوسانگرهای ساده‌ی میرا یا واداشته‌اند. همه‌ی این **نوسانگرها خطی‌اند**. یعنی معادله‌ی حرکت برای یک نوسانگر خطی فقط شامل مختصات x، سرعت v_x و شتاب a_x از درجه‌ی اول است. نوسانگرها و سیستم‌های خطی عرصه‌کننده‌ی آشوب نیستند. سیستم‌هایی که آشوب از خود نشان می‌دهند، باید غیرخطی باشند. یک آونگِ میرای واداشته نمونه‌ای از یک نوسانگر غیرخطی است که معادله‌ی حرکتِ آن عبارت است از:

$$I\alpha_z = -b\omega_z - mgl\,\mathrm{Sin}\theta + t.\mathrm{Cos}\Omega t$$

که در آن $\mathrm{Sin}\theta$ یک جمله‌ی غیرخطی است. برای نوسان‌های **کوچک** $\mathrm{Sin}\theta \simeq \theta$ و معادله تقریباً خطی است. امّا تقریب بعد $\mathrm{Sin}\theta \simeq \theta - \frac{\theta^3}{6}$ کاملاً غیرخطی است. در معادله‌ی قبل I گشتاور لختی آونگی به جرم m است که مرکز جرم آن به فاصله‌ی L از محور قرارداد، b ثابت میرایی و $\tau_\circ$ اندازه‌ی بیشینه‌ی گشتاور خارجی است که با بسامد زاویه‌ای Ω به‌طور سینوسی تغییر می‌کند. برای ترکیب‌های معینی از ضرایب ثابت میرایی و واداشتگی، آونگ حرکتِ آشوبناک دارد ـ یعنی حرکت آن اساساً قابل پیش‌بینی نیست.

بیشتر سیستم‌هایی که در دنیای واقعی با آنها مواجه می‌شویم، غیرخطی‌اند و تحت شرایط مناسب، پدیده‌ی آشوب را به‌نمایش می‌گذارند. نمونه‌های دیگر عبارت‌اند از نوسانگرهای الکتریکی و مکانیکی، جریان شاره‌ها و سینتیک جمعیت، سیستم‌های پیچیده‌ی دیگر، مانند جوّ زمین، و برهم‌کنش‌های جوّ زمین با خورشید و سطح زمین نیز غیرخطی‌اند. اگر این سیستم ـ جوّ زمین و برهم کنش‌های آن ـ یک نظام آشوبناک باشد پیامدهای آن بیش از حدّ است. یعنی افت‌وخیز کوچکی شاید سقوط برگی از درختی، در پایان نتیجه‌اش گردباد عظیمی باشد که اگر در آن روز برگ روی درخت بود اتفاق نمی‌افتاد. پیش‌بینی دراز مدتِ وضعیت هوا محال است که در واقع پیش‌بینی قابل اطمینان متأثر از برهم کنش ما با محیط اطرافمان است

* Chaos

مرجع: .....

Physics; classical And Modern/ Frederick J. Keller/ W.Edward Gettys/ Malcolm J. Skove/ 1993/ MC Graw-Hill,inc.